

La parabola

La parabola è una delle coniche. Fissati nel piano un punto F (fuoco) e una retta d (direttrice), si chiama parabola la curva luogo geometrico dei punti equidistanti da F e da d

EQUAZIONE $y = ax^2 + bx + c$

Formule generali: parallela all'asse y

VERTICE $V(-b/2a ; -\Delta/4a)$

FUOCO $F(-b/2a ; 1-\Delta/4a)$

DIRETTRICE $y = -(1+\Delta/4a)$

ASSE DI SIMMETRIA $x = -b/2a$

Formule generali: perpendicolare all'asse y

EQUAZIONE $x = ay^2 + by + c$

VERTICE $V(-\Delta/4a ; -b/2a)$

FUOCO $F(1-\Delta/4a ; -b/2a)$

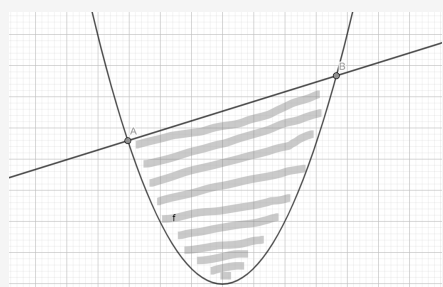
DIRETTRICE $x = -(1+\Delta/4a)$

ASSE DI SIMMETRIA $y = -b/2a$

Parabole congruenti

Date $y = ax^2 + bx + c$ e $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$, esse sono congruenti se hanno la stessa apertura $|a| = |a_1|$

SEGMENTO PARABOLICO



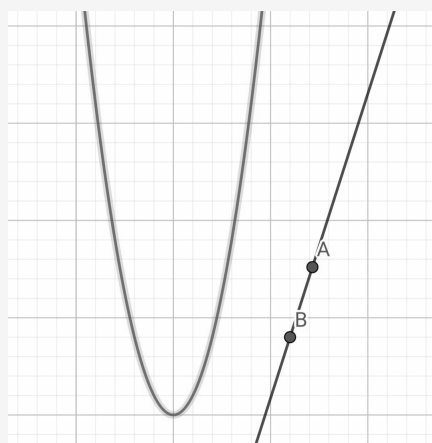
Segmento parabolico

Il segmento parabolico è la parte di piano compresa tra la parabola e la retta secante

Per il teorema di Archimede, l'area del segmento parabolico è $A_{sp} = A_{tm}(4/3)$ 4/3 di quella del triangolo massimo inscritto al segmento parabolico che ha base AB

Formula generale $A_{sp} = |a|/6 \times |x_0 - x_1|^3$

RETTA ESTERNA ALLA PARABOLA

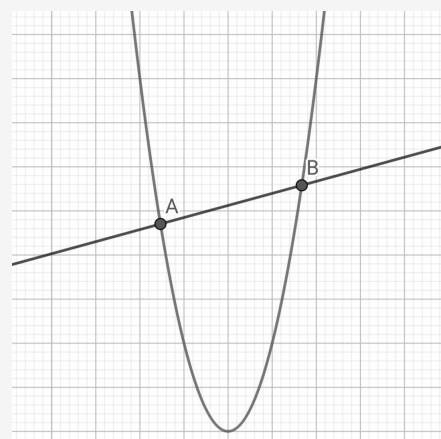


Retta esterna alla parabola

La retta è esterna alla parabola quando non hanno punti in comune

$\Delta < 0$

RETTA SECANTE ALLA PARABOLA

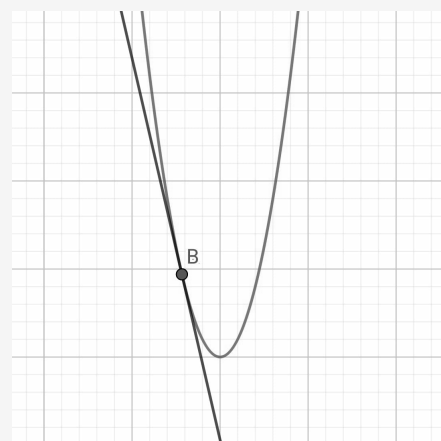


Retta secante alla parabola

La retta e la parabola hanno due punti di intersezione distinti

$\Delta > 0$

RETTA TANGENTE ALLA PARABOLA



Retta tangente alla parabola

La retta e la parabola hanno un punto di intersezione doppio (= due coincidenti)

$\Delta = 0$

Punti e parabole

Sistema di equazioni tra fascio di rette e parabola

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Equazione risolvente del sistema di equazioni tra fascio di rette e parabola

$$ax^2 + bx + c = m(x - x_0) + y_0$$

Se il punto è esterno alla parabola, possiamo tracciare due tangenti

con $\Delta > 0$, abbiamo soluzioni m_1 diverso da m_2

Se il punto appartiene alla parabola, possiamo tracciare una sola tangente

con $\Delta = 0$, abbiamo una sola soluzione di m

Se il punto è interno alla parabola, non possiamo tracciare nessuna tangente

con $\Delta < 0$, non abbiamo alcuna soluzione

SE IL PUNTO APPARTIENE ALLA PARABOLA

Formula per trovare m (solo nella parabola)

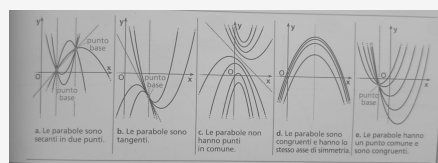
$$m = 2ax_0 + b$$

avendo $P(x_0; y_0)$

Formule generali (ogni curva)

$$x \rightarrow (x + x_0)/2; y \rightarrow (y + y_0)/2; x^2 \rightarrow x \times x_0$$

FASCI DI PARABOLE



Fasce di parabole

Equazione

$$y = ax^2 + bx + c + k(a_1x^2 + b_1x + c)$$

Punti base sono i punti in comune tra tutte le parabole del fascio

Parabole degeneri algebriche sono rette passanti per i punti base che si possono ottenere dall'equazione del fascio

Parabole degeneri grafiche sono rette/coppie di rette parallele all'asse y e passanti per i punti base. Le possiamo identificare nel grafico, ma non si possono ricavare dall'equazione

Fasce di parabole: casi grafici

CASO 1: due punti base e una parabola degeneri algebrica (+ una coppia di rette passante per punti base $\rightarrow$ parabola degeneri grafica)

CASO 2: un punto base doppio e una parabola degeneri algebrica (+ una retta passante per il punto base $\rightarrow$ parabola degeneri grafica)

CASO 3: nessun punto base, ma una parabola degeneri algebrica

CASO 4: nessun punto base, nessuna degeneri, ma congruenti e con stesso asse di simmetria

CASO 5: un punto base semplice, senza degeneri algebrica (+ una retta passante per il punto base $\rightarrow$ parabola degeneri grafica)

Fasce di parabole: casi algebrici

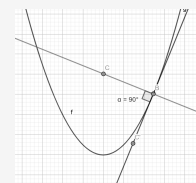
CASO 1: la y NON dipende dal parametro

es. $y = 3tx^2 - x + t$

CASO 2: anche la y dipende dal parametro

es. $ty = (t - 1)x^2 + tx - 2$

LA NORMALE



La normale

La normale è la retta passante per il punto di tangenza che è **perpendicolare** alla tangente stessa